

Mécanique Quantique

Pierre-François Cohadon

cohadon@lkb.upmc.fr



Laboratoire Kastler Brossel
Physique quantique et applications



ENS

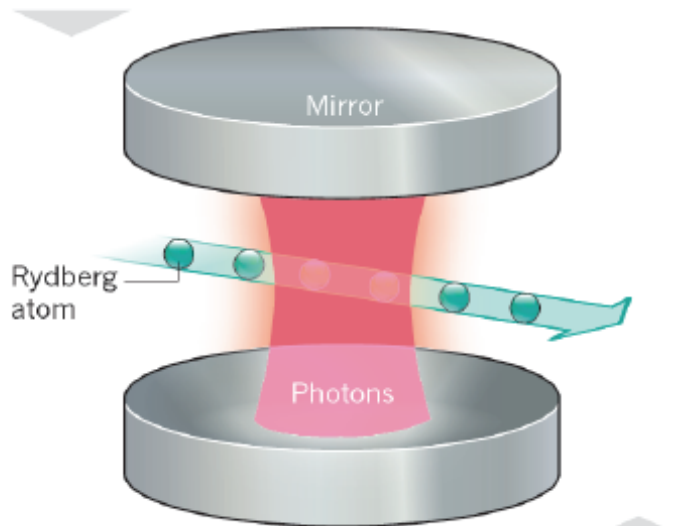
UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS



Le prix Nobel de Physique 2012 a été décerné conjointement à Serge Haroche et David Wineland pour *leurs méthodes expérimentales novatrices qui permettent la mesure et la manipulation des systèmes quantiques individuel.*

HAROCHE METHOD

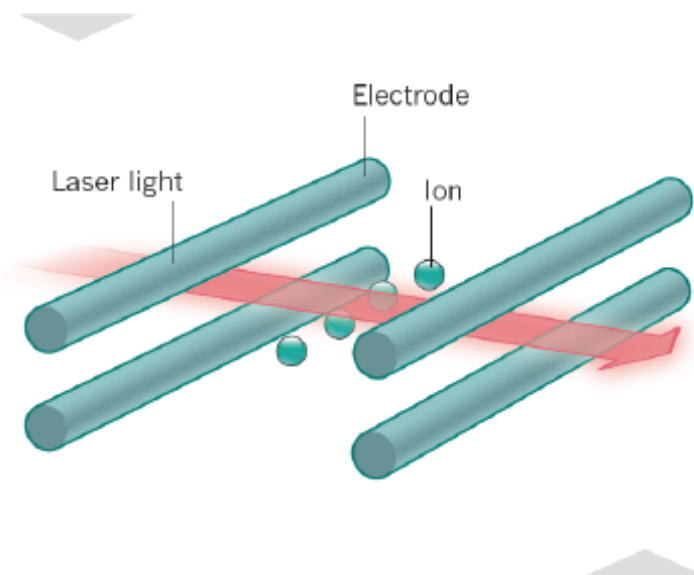
Microwave photons are placed between two highly reflective mirrors that enable an individual photon to bounce back and forth between them many times.



Rydberg atoms, which have one electron in a high-energy level, are sent through the system to measure and manipulate the photon's quantum state.

WINELAND METHOD

An electric field produced by an arrangement of electrodes holds one or several ions inside a trap.



Laser light is shone on the ion, suppressing its thermal vibration and allowing its quantum state to be measured and controlled.

Article par E. Hinds et R. Blatt
Nature (Déc. 2012)

Expériences d'interférences (de la lumière aux molécules)

Dualité onde-corpuscule

Mesure non-destructive d'un photon

Voir la fonction d'onde

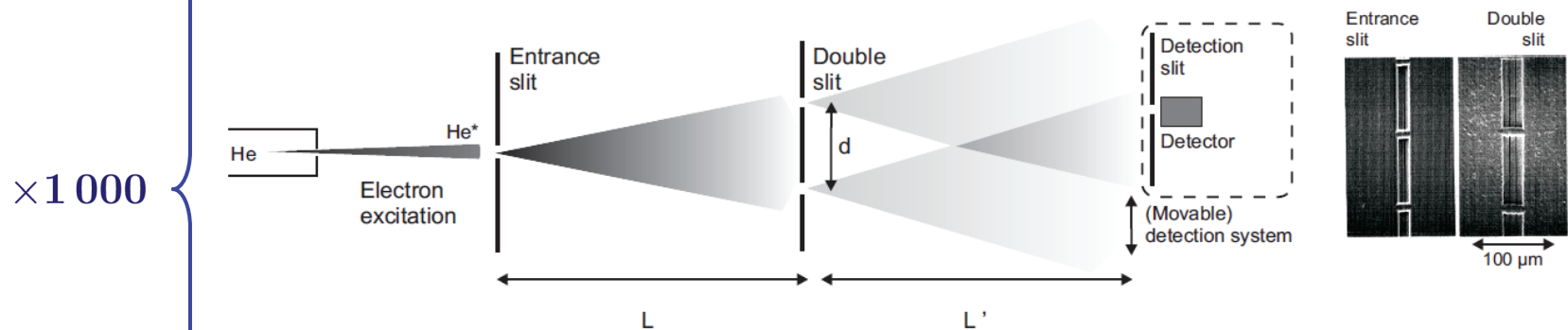
L'inégalité de Heisenberg

Peut-on voir les fluctuations quantiques
d'un résonateur mécanique macroscopique?

L'approche bottom up

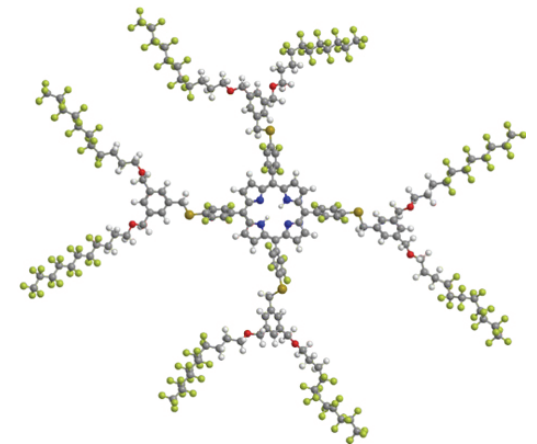
$$\lambda_{dB} = h/mv$$

- $\times 10\,000$ { **Diffraction des électrons**
Davisson et Germer, Bell Labs., 1927
- Interférences atomiques**
J. Mlynek, U. Constance, 1991

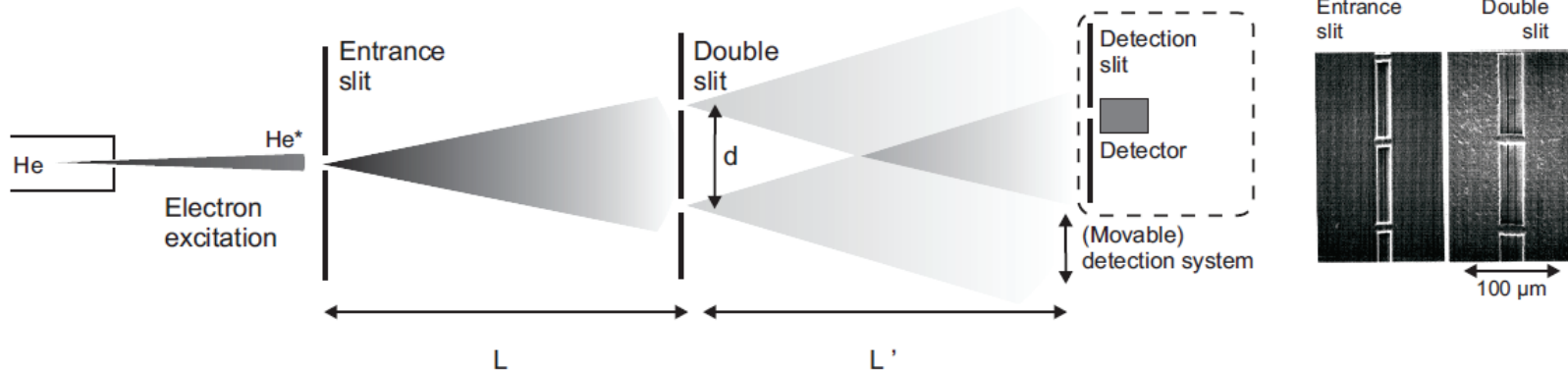


Interférences avec des biomolécules

M. Arndt, U. Vienne, 2003-...



Interférences atomiques (Constance, 1991)

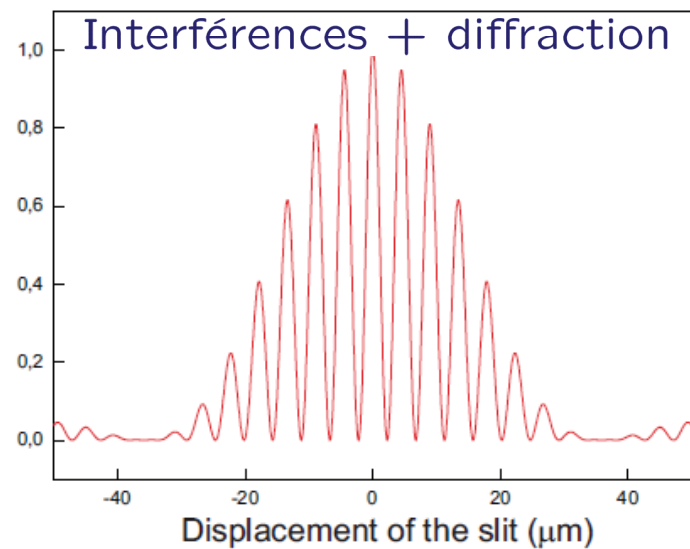
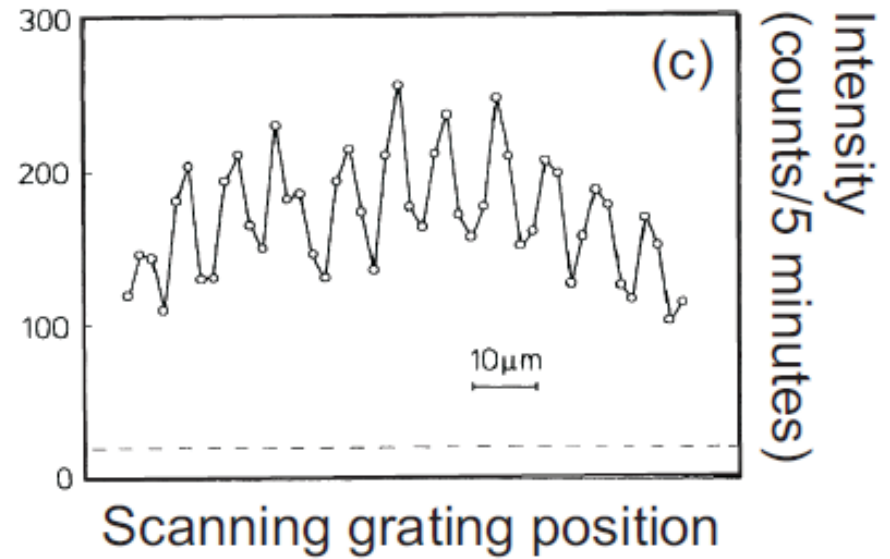
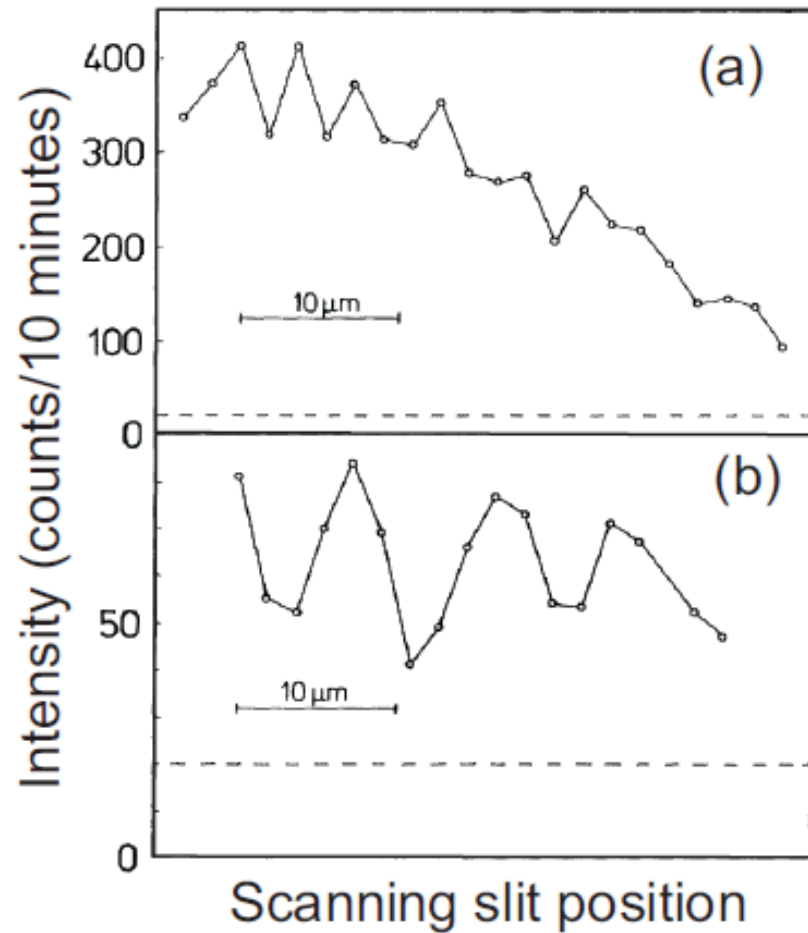


Pourquoi l'hélium ?

- atome léger
- atome inerte chimiquement
- état métastable
- sources intenses

$$\lambda_{\text{dB}} \simeq \frac{h}{\sqrt{mk_{\text{B}}T}} \simeq 1,3 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \longrightarrow \text{Interfrange} \simeq 4,5 \mu\text{m}$$

Interférences atomiques (Constance, 1991)



Interférences en lumière blanche

$$\bar{v}/\Delta v \simeq 15 \text{ à } 20$$

Interférences atomiques : 2 articles concurrents

VOLUME 66

27 MAY 1991

NUMBER 21

Young's Double-Slit Experiment with Atoms: A Simple Atom Interferometer

O. Carnal and J. Mlynek

Fakultät für Physik, Universität Konstanz, D-7750 Konstanz, Germany

(Received 4 March 1991)

An Interferometer for Atoms

David W. Keith, Christopher R. Ekstrom, Quentin A. Turchette, and David E. Pritchard

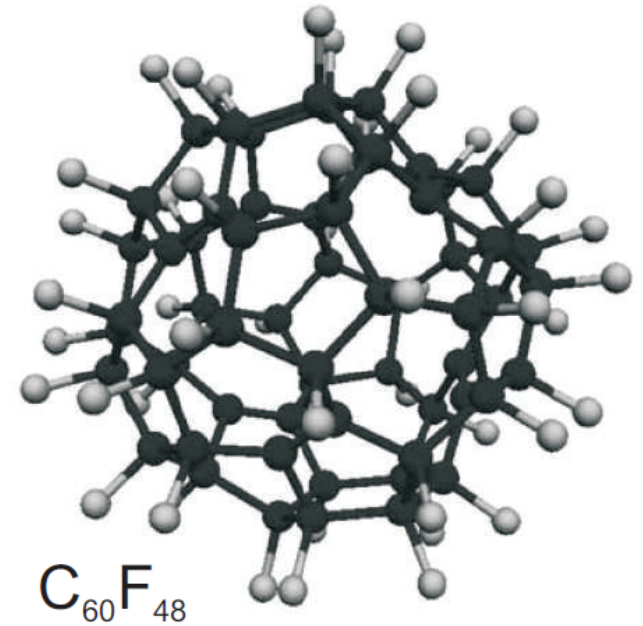
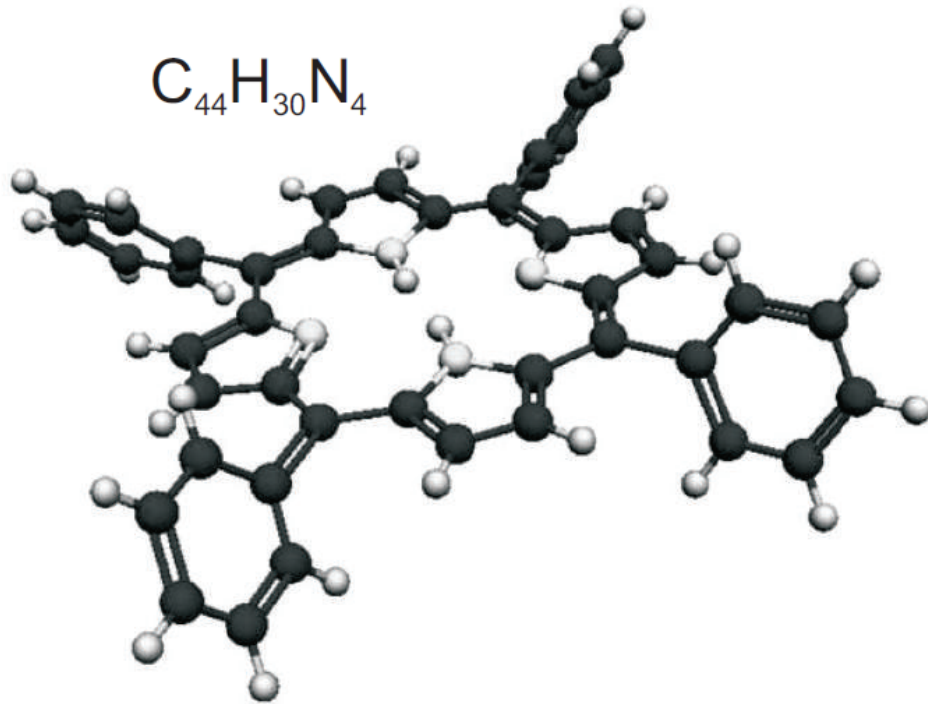
Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139

(Received 7 March 1991)

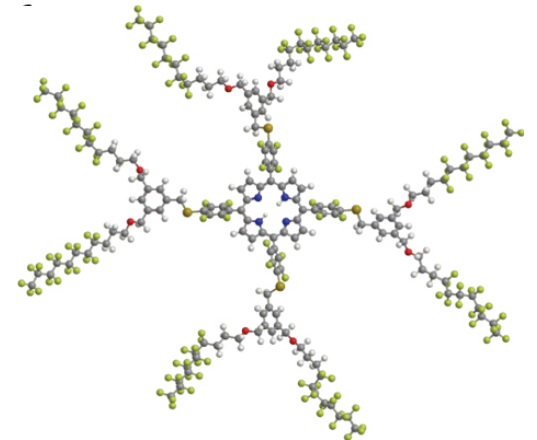
Interféromètre avec division d'amplitude

" There have been several recent proposals for the realization of an atom interferometer, and a number of experiments have demonstrated interference of atoms. In addition to the work reported here, several groups have demonstrated interference fringes.³ We report the demonstration of the first interferometer for atoms in the sense that it uses amplitude division to separate the beams in momentum and distinctly separates the beams in space.⁴ "

Interférences avec des biomolécule (Vienne, depuis 1999)



- masses $\simeq 10\ 000$ uma
- diffraction par réseau lumineux
- degrés de liberté internes



Expériences d'interférences

(de la lumière aux molécules)

Dualité onde-corpuscule

Mesure non-destructive d'un photon

Voir la fonction d'onde

L'inégalité de Heisenberg

Peut-on voir les fluctuations quantiques
d'un résonateur mécanique macroscopique?

Interférences en lumière (très) faible, 1909

Interference Fringes with Feeble Light

G. I. TAYLOR

Trinity College, Cambridge, UK

Five diffraction photographs were then taken, the first with direct light and the others with the various screens inserted between the gas flame and the slit. The time of exposure for the first photograph was obtained by trial, a certain standard of blackness being attained by the plate when fully developed. The remaining times of exposure were taken from the first in the inverse ratio of the corresponding intensities. The longest time was 2000 hours or about 3 months. In no case was there any diminution in the sharpness of the pattern although the plates did not all reach the standard blackness of the first photograph.

Un article du 19ème siècle :

pas de figure reproduite, peu (pas ?) de chiffres...

Conclusion :

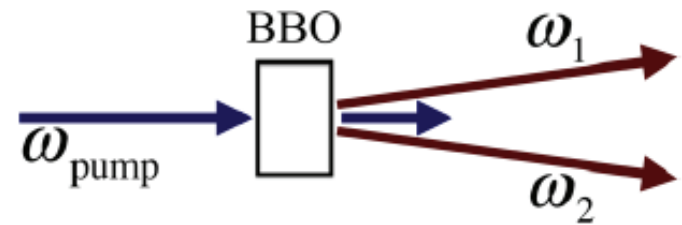
les figures ont toutes le même aspect

Article facile à retrouver sur le web !

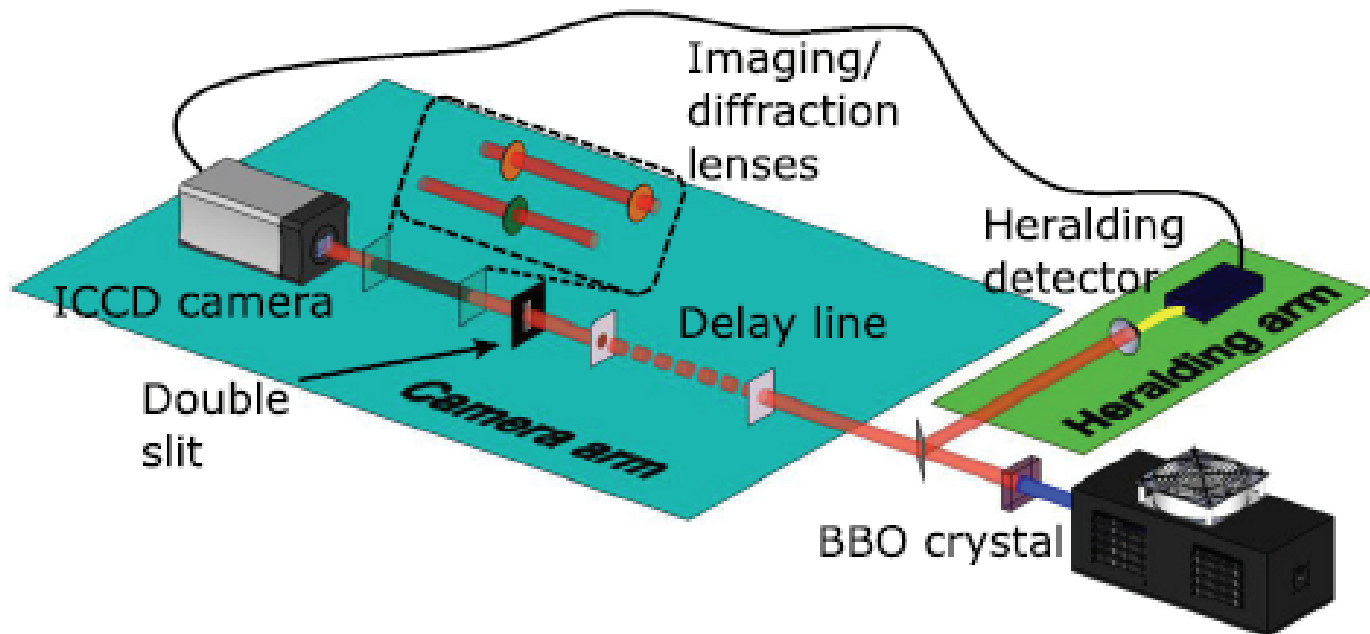
Voir les photons et les interférences

Il faut un détecteur sensible à un photon et peu bruité

La solution :
n'allumer le détecteur
que quand le photon arrive !



Génération paramétrique:
355 nm \rightarrow (2 \times) 710 nm



Voir les photons et les interférences

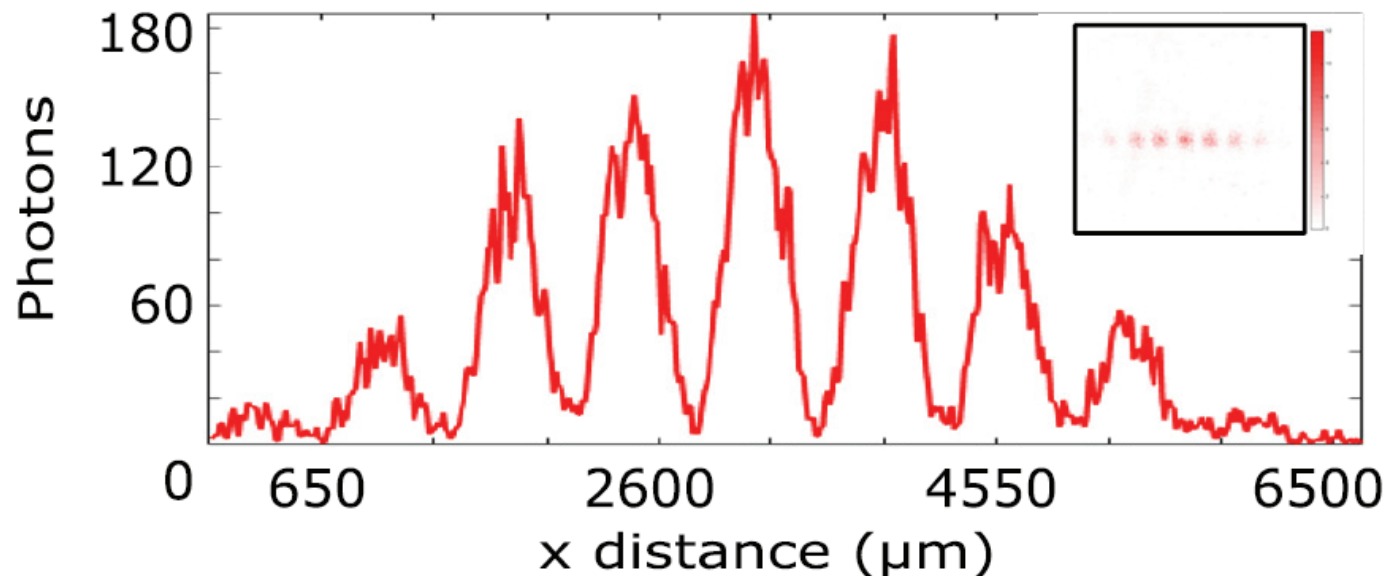
Video recording true single-photon double-slit interference

R.S. Aspden, M.J. Padgett et G.C. Spalding
American Journal of Physics **84**, 671 (2016)

Vidéo sur:

http://aapt.scitation.org/doi/suppl/10.1119/1.4955173/suppl_file/014608ajpv1_mm.mov

Vertical cross sections
Young's double slit
Coherent source



Expériences d'interférences

(de la lumière aux molécules)

Dualité onde-corpuscule

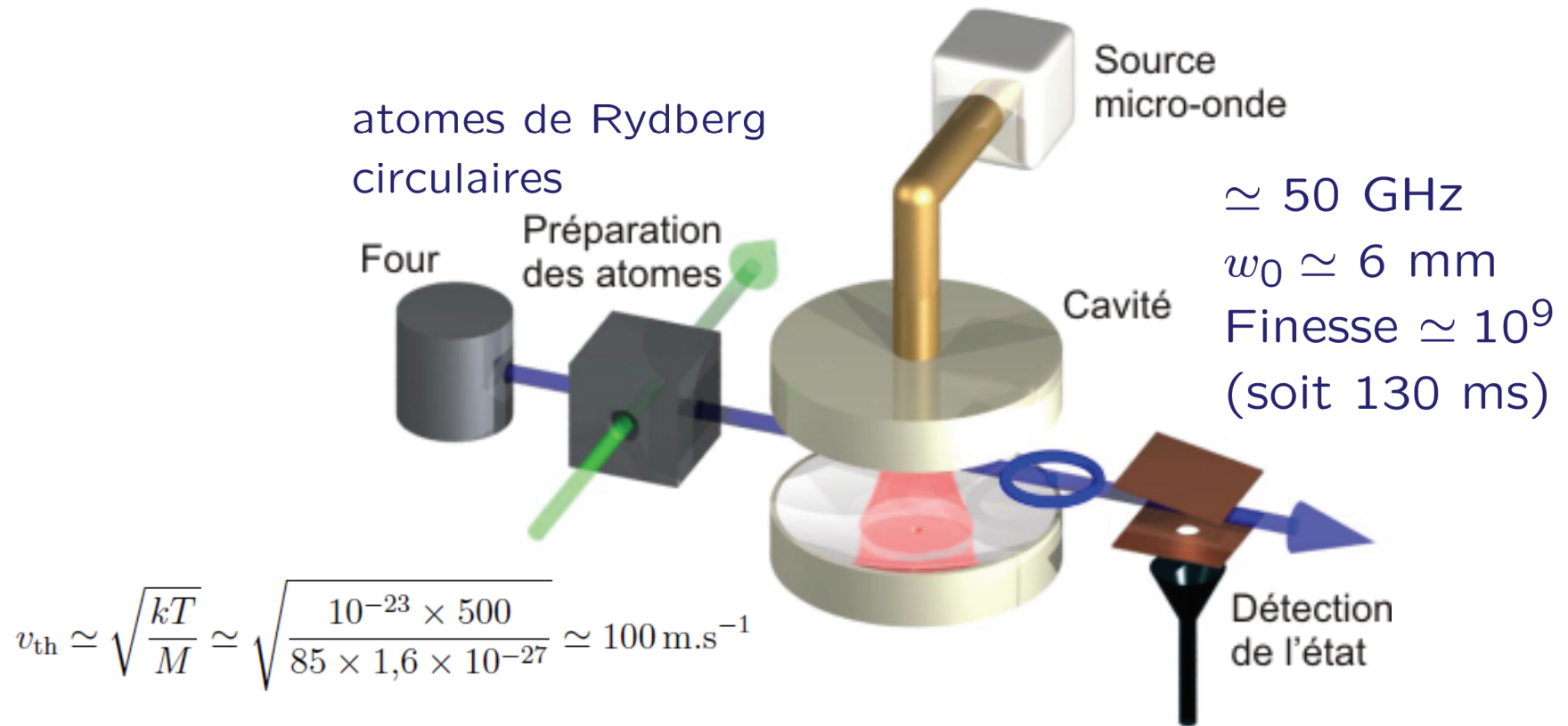
Mesure non-destructive d'un photon

Voir la fonction d'onde

L'inégalité de Heisenberg

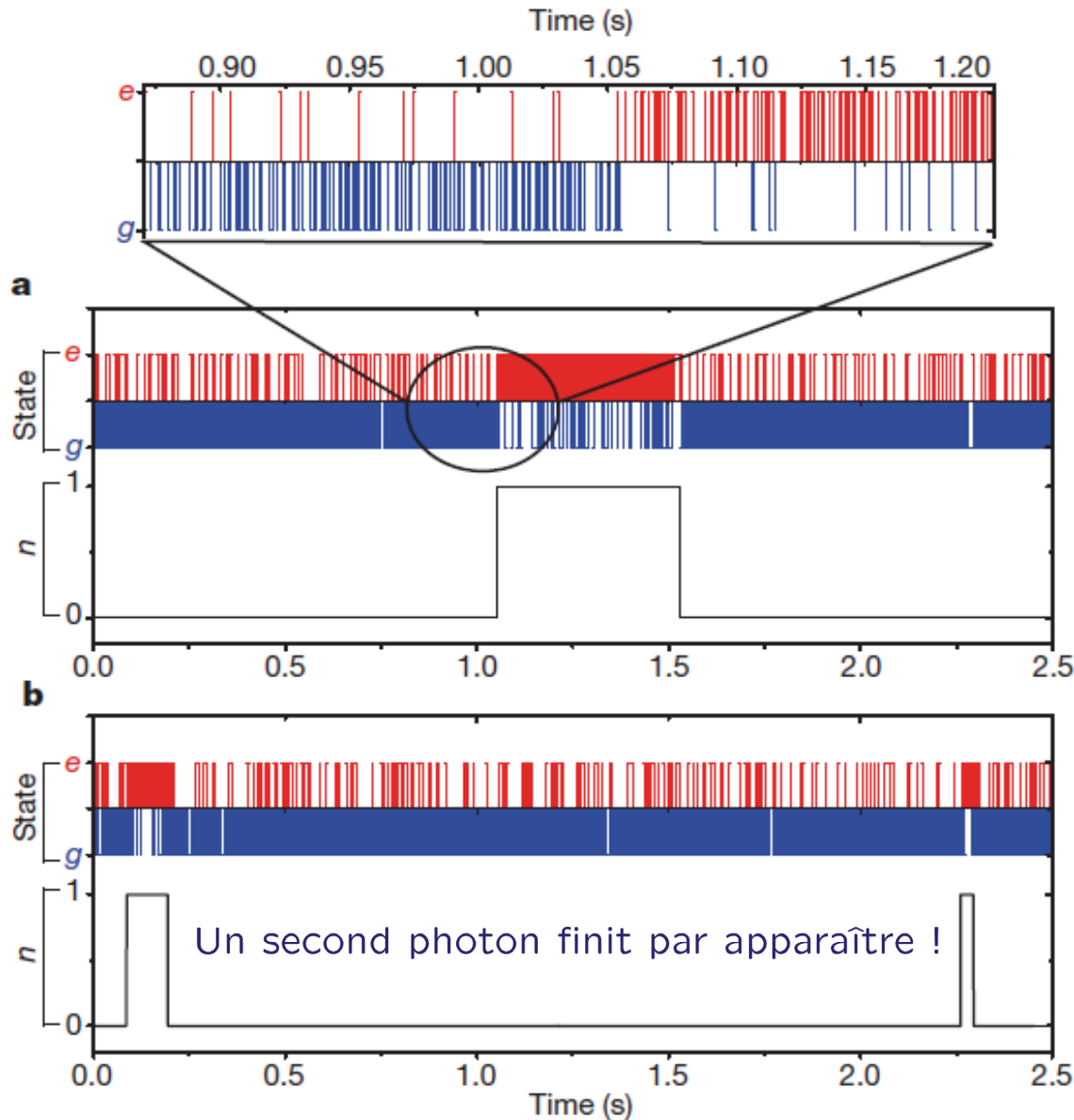
Peut-on voir les fluctuations quantiques
d'un résonateur mécanique macroscopique?

Expérience d'Haroche (2006)



L'ensemble du montage est dans un cryostat
 $T \simeq 1$ K $\rightarrow \simeq 0,05$ photon

Vie et mort d'un photon

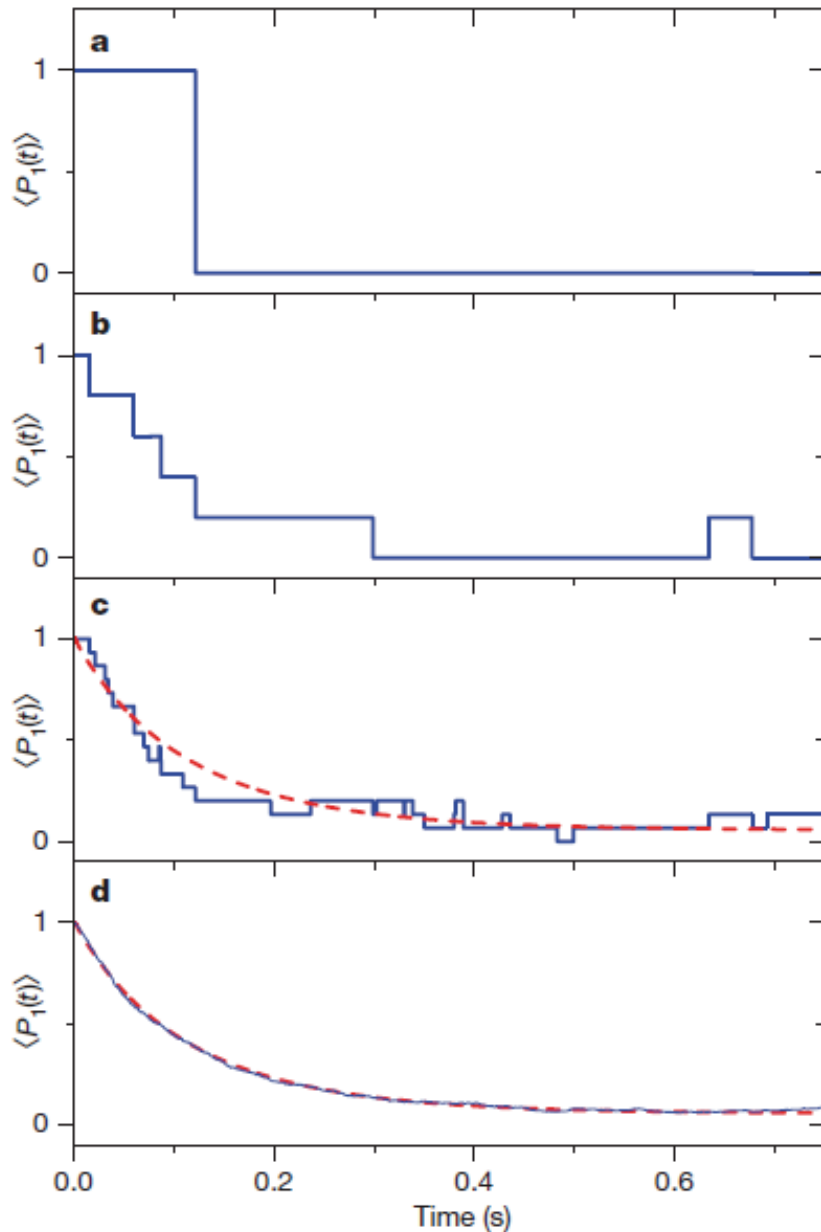


Atome détecté en e : 1 photon
Atome détecté en g : 0 photon

Imperfections expérimentales
→ il faut moyenner qq's mesures

Durées de vie différentes

Evolution moyenne du champ



1 expérience

5 expériences

15 expériences

904 expériences

En faisant la moyenne sur plusieurs expériences, on retrouve l'amortissement classique

Expériences d'interférences

(de la lumière aux molécules)

Dualité onde-corpuscule

Mesure non-destructive d'un photon

Voir la fonction d'onde

L'inégalité de Heisenberg

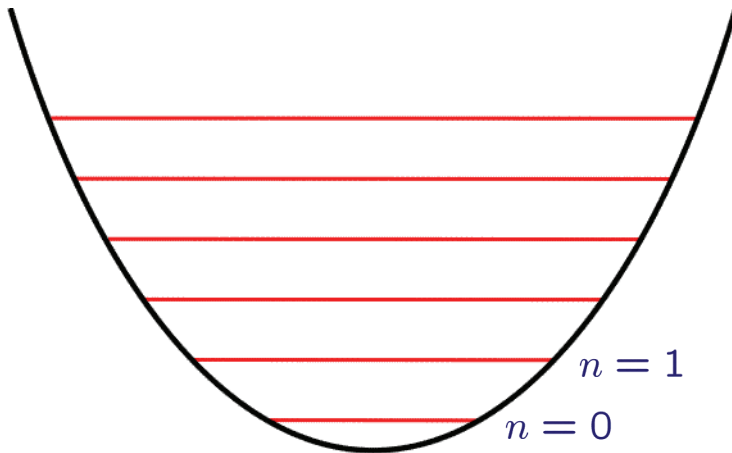
Peut-on voir les fluctuations quantiques
d'un résonateur mécanique macroscopique?

Les états propres d'un oscillateur harmonique

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

Niveaux équidistants:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega$$



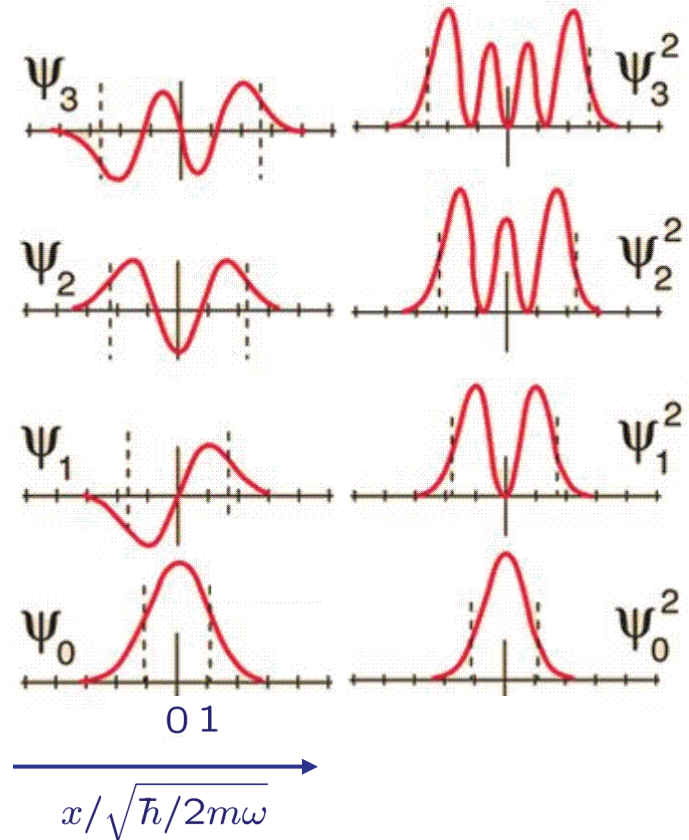
$E \neq 0$ pour le fondamental,
car cela violerait l'inégalité de Heisenberg

Etendue de la fonction d'onde :

$$\Delta x_Q = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$$

$$\Delta x_Q \simeq 10^{-17} \text{ m pour } 100 \text{ g et } 1 \text{ Hz}$$

Densités de probabilité
Fonctions d'onde de présence



Peut-on observer un système dans son état fondamental ?

Deux conditions :

- système dans son état fondamental

$kT \ll \hbar\omega$, soit $T \ll$ 100 pK à 1 Hz pendule

100 nK à 1 kHz quartz

100 μ K à 1 MHz

cryostat à dilution 100 mK à 1 GHz horloge atomique

température ambiante 100 K à 1 THz

10^5 K à 1 PHz domaine visible

- sensibilité suffisante de la mesure

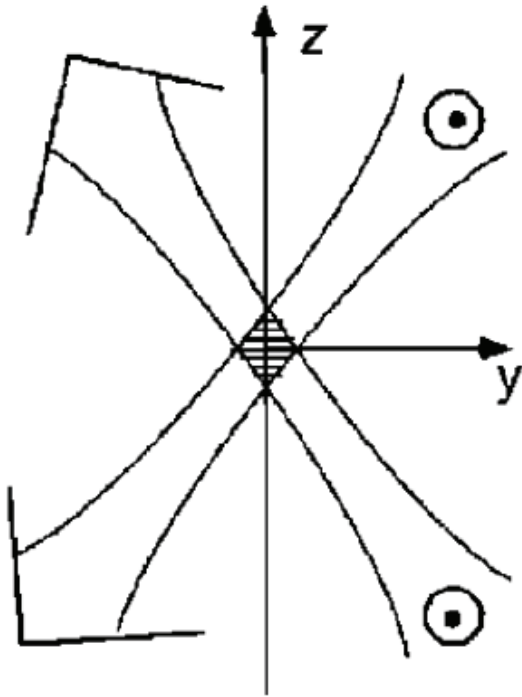
Echelle des fluctuations de position :

$$\Delta x_Q = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$$

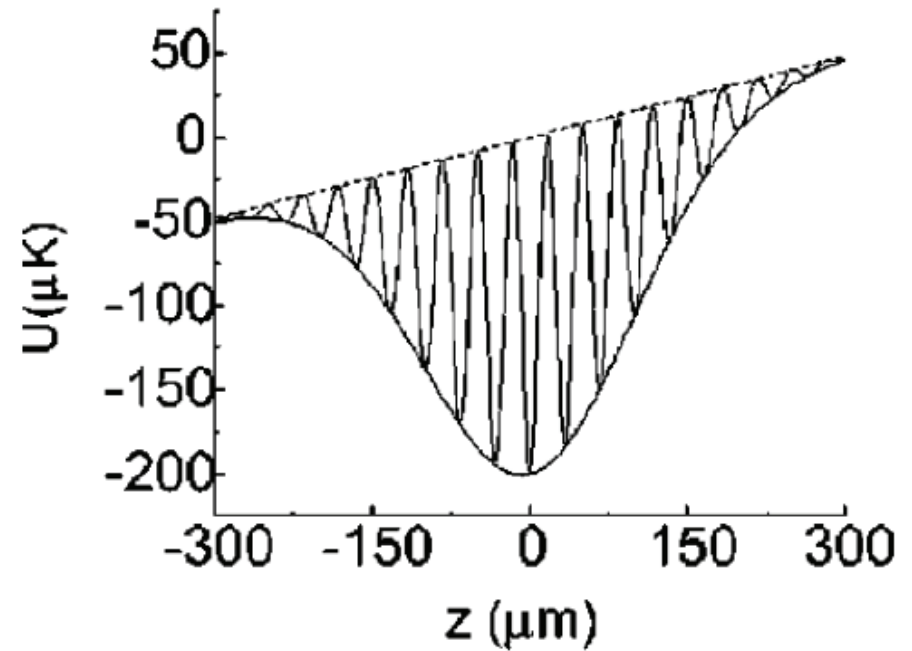
On va jouer sur m !

Etats quantiques d'atomes de Cs piégés

(a)



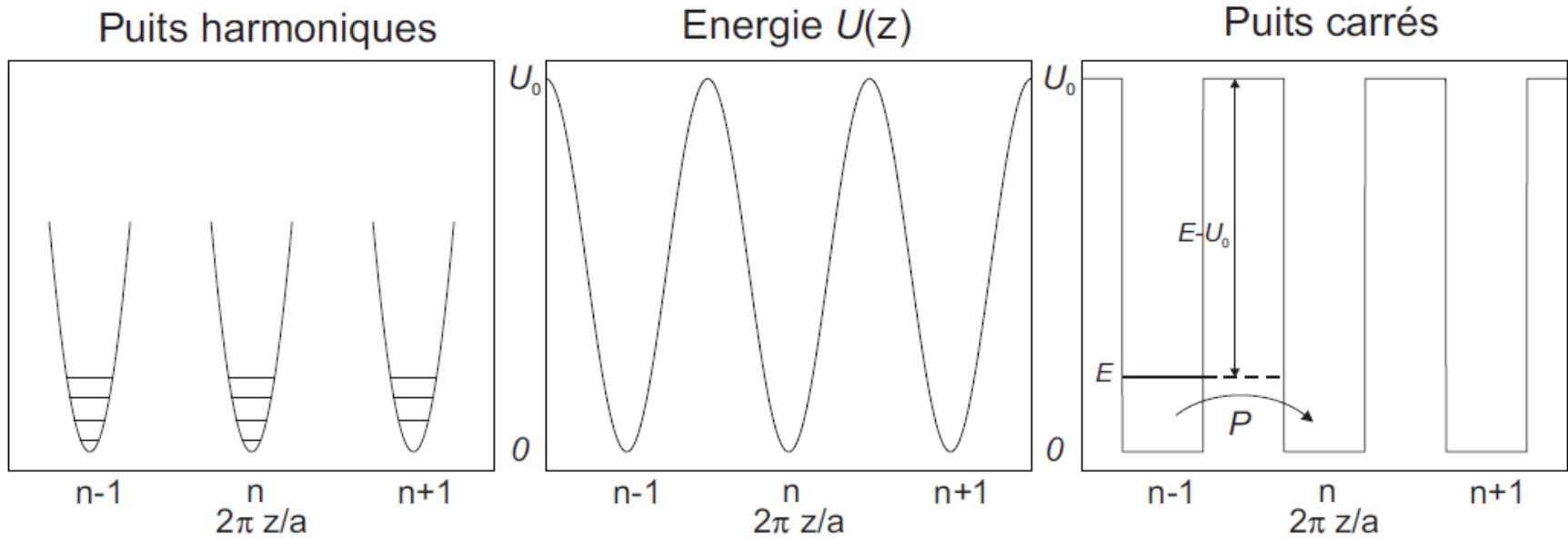
(b)



Interférences avec
Taille finie des faisceaux
Effet de la pesanteur

$$a = \lambda/2 \sin \alpha = 626 \text{ nm}$$

Approximation de puits harmoniques indépendants



$$U = \frac{U_0}{2} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{z}{a} \right) \right]$$

approximation harmonique ←

127 kHz

→ puits indépendants $P \simeq 10^{-78}$

Peut-on imager la fonction d'onde ?

L'état quantique fondamental
des puits a une taille
inférieure à celle du nuage

$$\Delta z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}} = 18 \text{ nm}$$

Les fluctuations quantiques
d'impulsion sont de l'ordre de

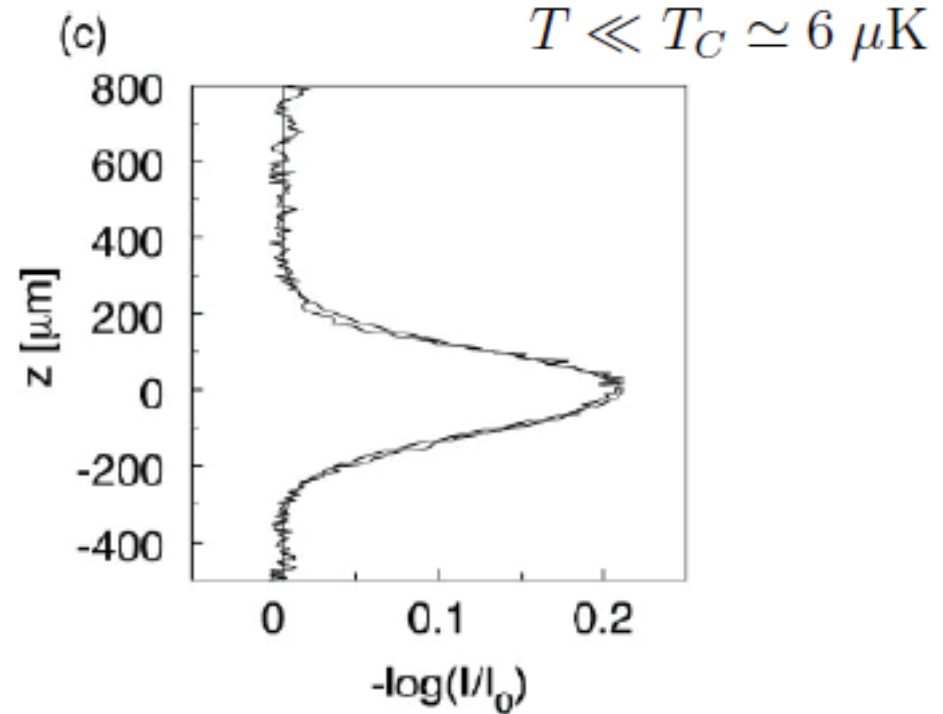
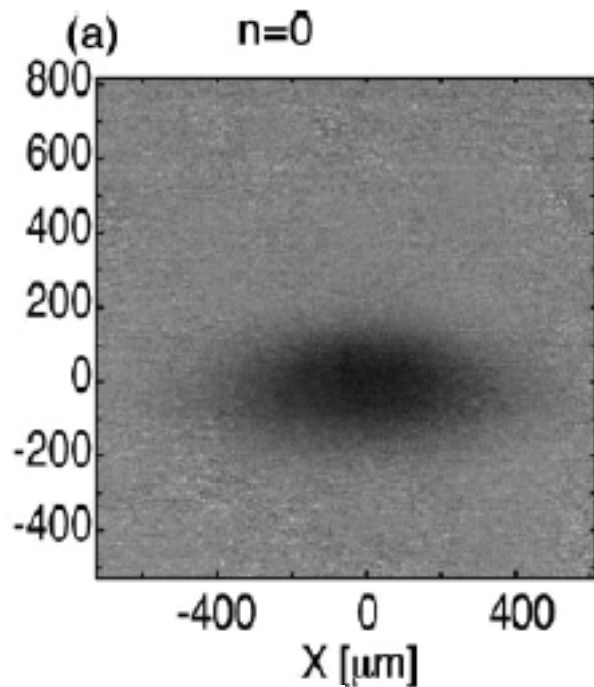
$$\Delta p_0 = \frac{\hbar}{2\Delta z_0} = 2,9 \times 10^{-27} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

Fluctuations de la vitesse :

$$\Delta v_0 = \frac{\Delta p_0}{m} = 13,4 \text{ mm.s}^{-1}$$

On ne peut pas voir directement la fonction
d'onde en position,
mais si on coupe le piège pendant τ ,
on peut espérer voir la **distribution**
des vitesses avec $\Delta x \simeq \Delta v \tau$

Peut-on imager la fonction d'onde ?



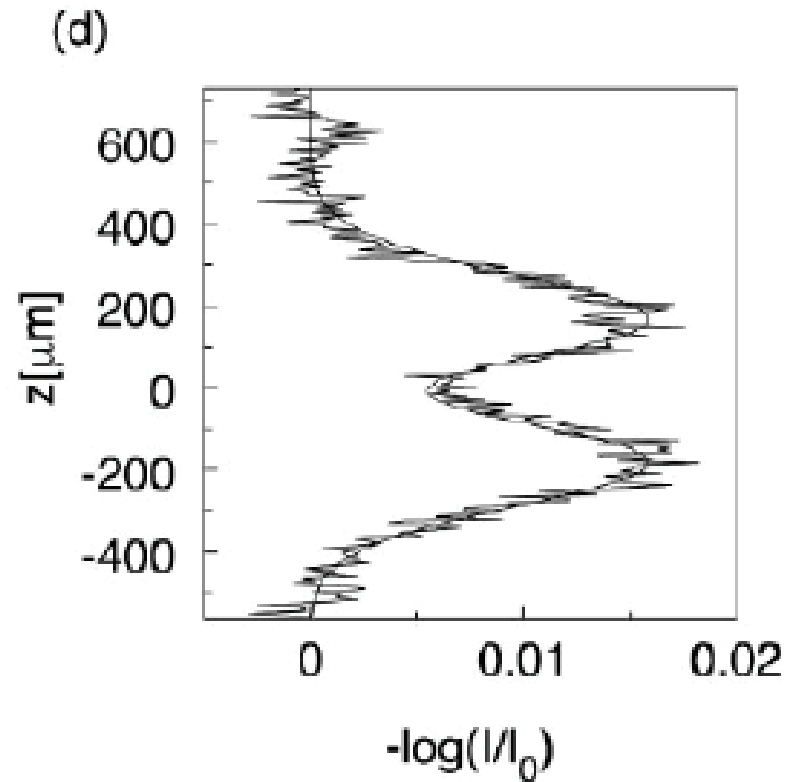
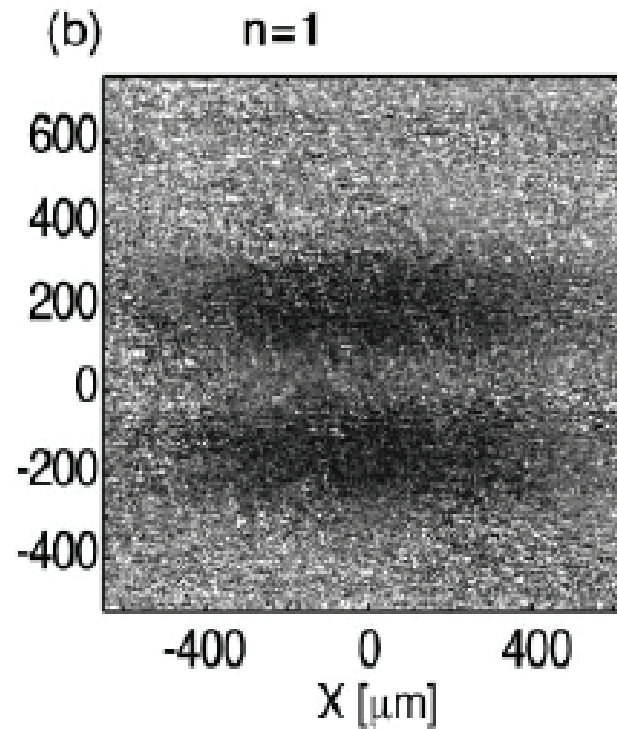
$$\Delta v_0 = \Delta z(\tau) / \tau_{\text{vol}} \simeq 18 \text{ mm.s}^{-1}$$

Correction due à la taille du nuage

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z - z_k) f_2(z_k) dz_k$$

$$\longrightarrow \Delta v = \frac{1}{\tau} \sqrt{\Delta z(\tau)^2 - \Delta_{\text{nuage}}^2} \simeq 15 \text{ mm.s}^{-1}$$

Et on peut même voir le premier état excité !



Expériences d'interférences

(de la lumière aux molécules)

Dualité onde-corpuscule

Mesure non-destructive d'un photon

Voir la fonction d'onde

L'inégalité de Heisenberg

Peut-on voir les fluctuations quantiques
d'un résonateur mécanique macroscopique?

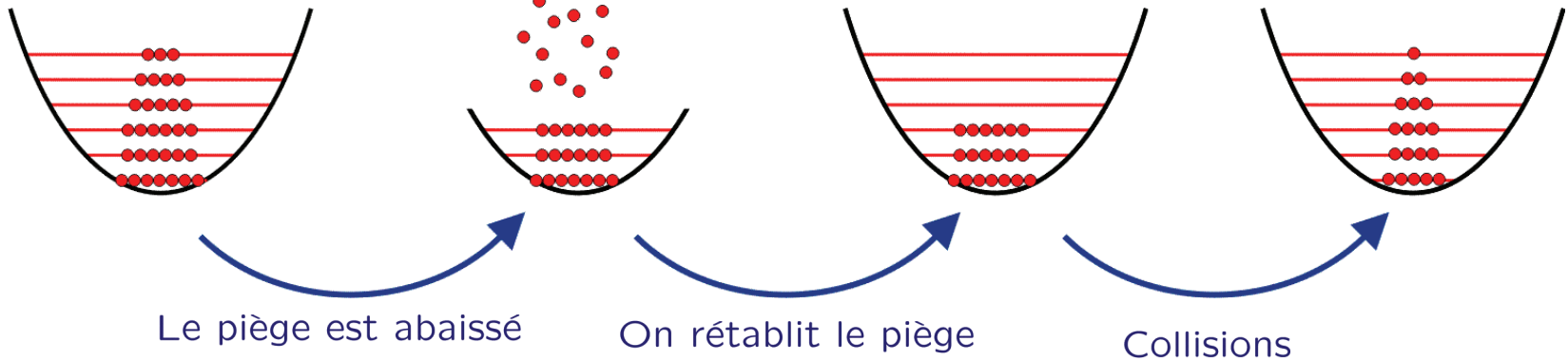
Le refroidissement évaporatif (années 90)

On démarre avec des atomes piégés à une température T (déjà très basse)

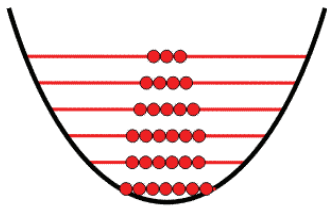
Les atomes les plus énergétiques s'échappent

Situation hors d'équilibre !

Equilibre thermique à une température $< T$

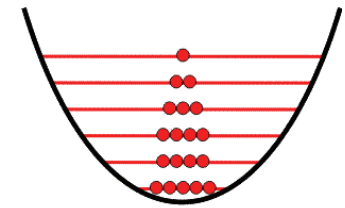


Le refroidissement évaporatif (années 90)



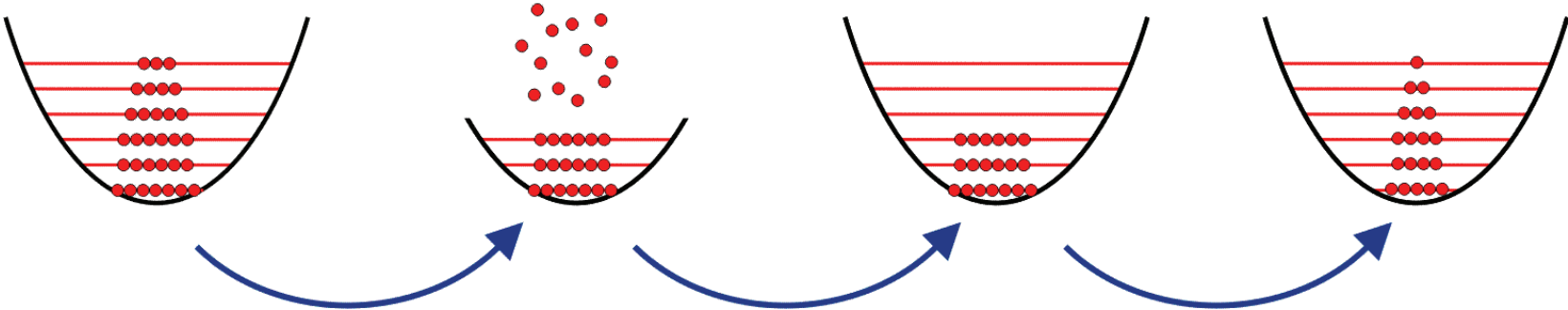
Bilan de la séquence :

- énergie moyenne par atome abaissée (et donc T abaissée)
- perte d'atomes



Le refroidissement évaporatif (années 90)

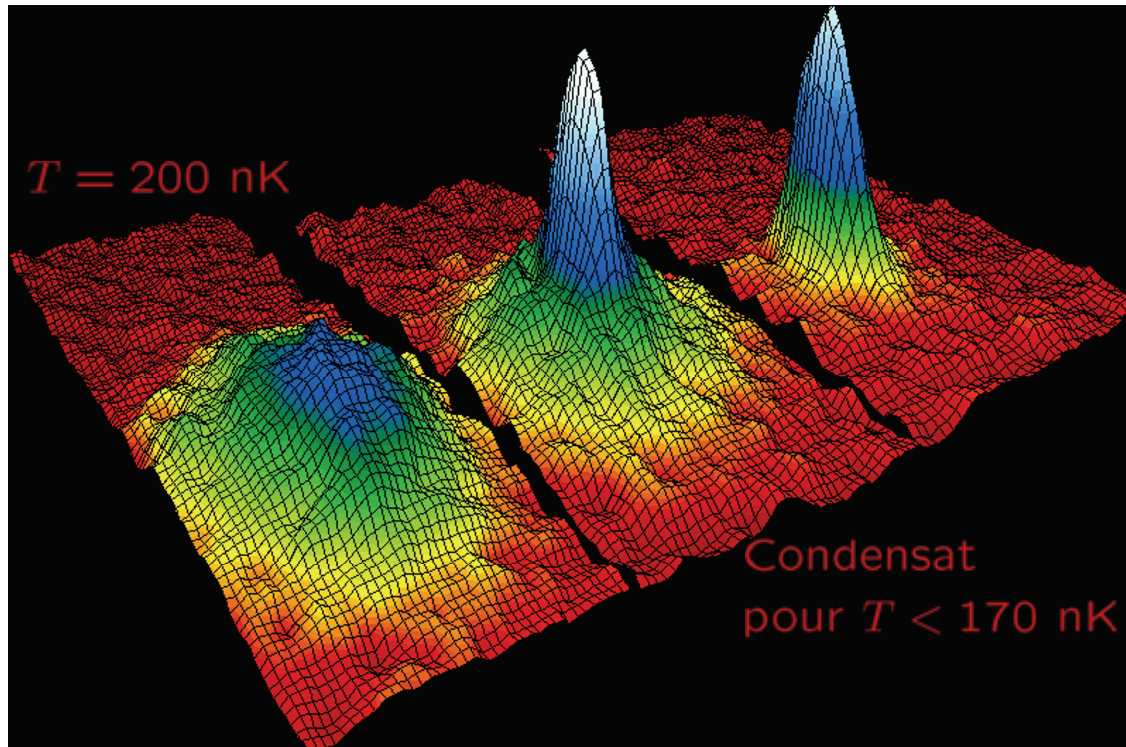
On peut réitérer le processus
et abaisser à chaque fois la température
(et perdre des atomes...)



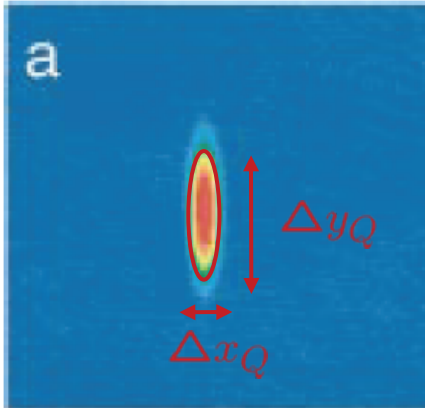
Le premier condensat de Bose-Einstein (1995)

Eric Cornell et Carl Wieman
JILA, Boulder, Colorado

10^7 atomes de rubidium à $10 \mu\text{K}$
 $\rightarrow \simeq 2000$ atomes dans le condensat

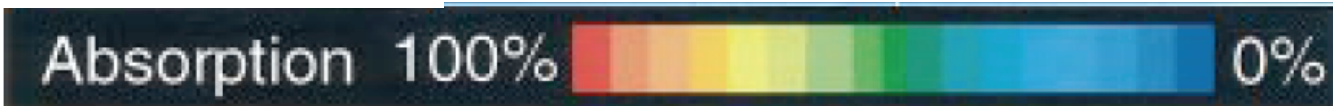


Temps de vol avec un condensat : inversion de l'ellipticité

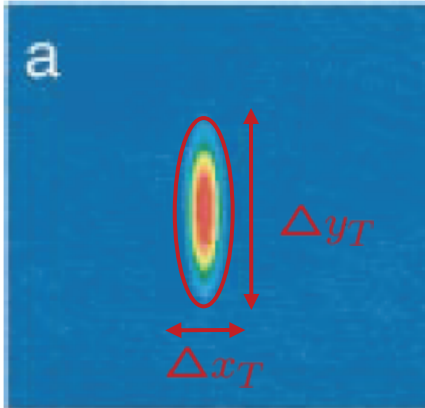


A $t=0$, le condensat est elliptique

Condensat



Temps de vol avec un condensat : inversion de l'ellipticité

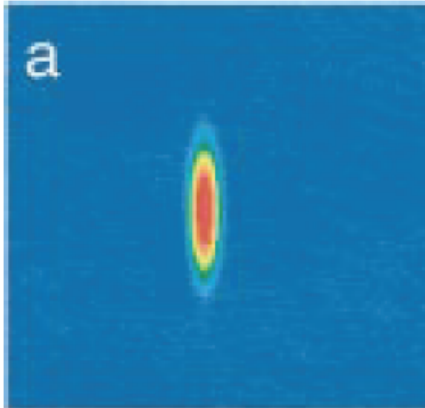


A $t=0$, le condensat est elliptique

Condensat

Nuage thermique

Temps de vol avec un condensat : inversion de l'ellipticité



A $t=0$, le condensat est elliptique

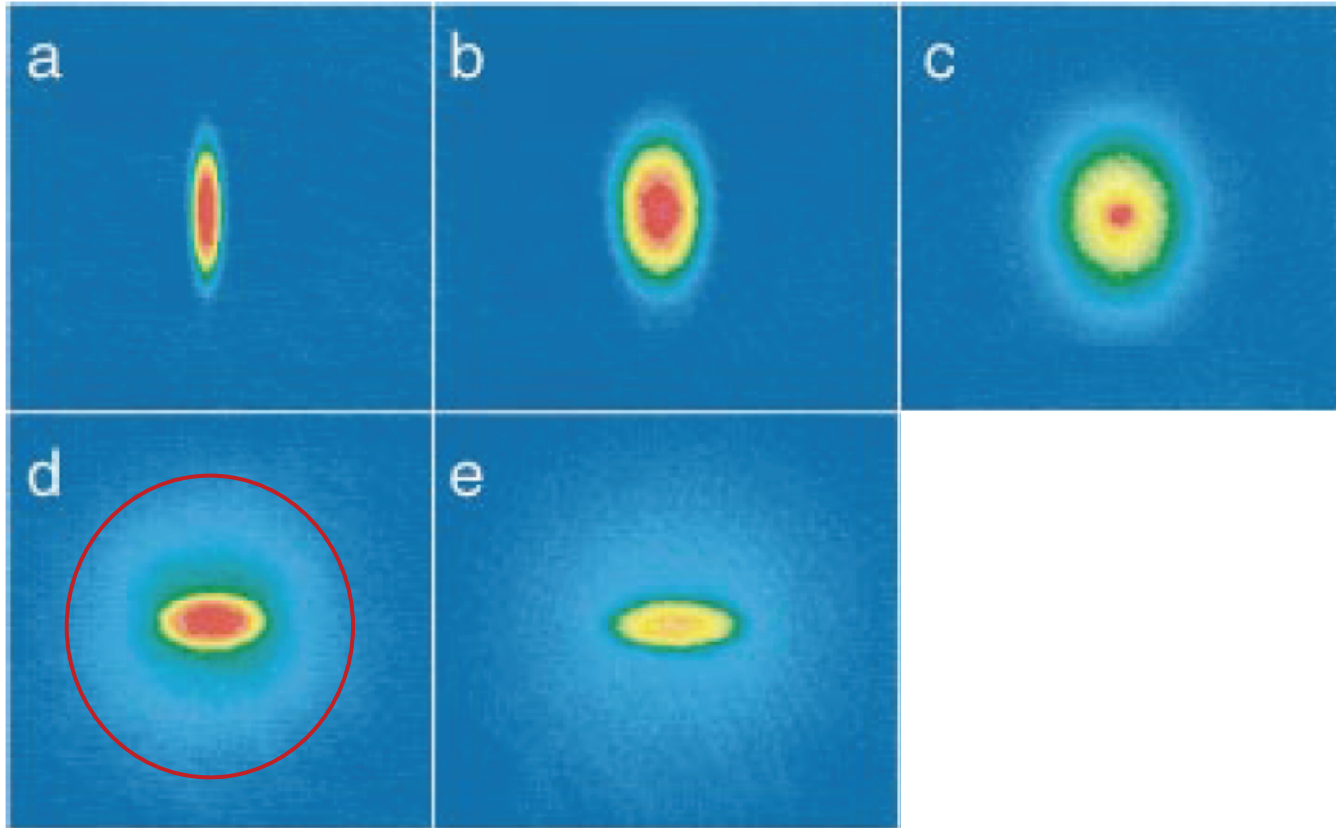
Condensat

Nuage thermique

Et dans les deux cas, $\Delta y > \Delta x$ car $\omega_y < \omega_x$:

$$\Delta x_Q^2 = \frac{\hbar}{m\omega_x} \text{ et } \Delta x_T^2 = \frac{kT}{m\omega_x^2}$$

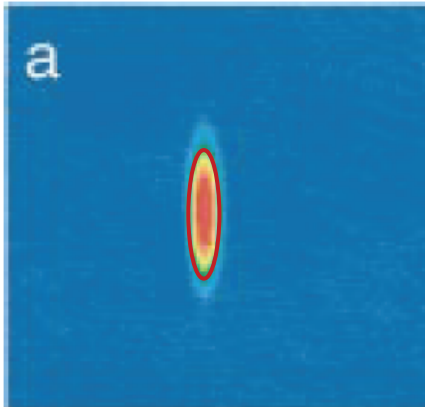
Temps de vol avec un condensat : inversion de l'ellipticité



Au cours du temps, le nuage thermique reprend une forme circulaire :

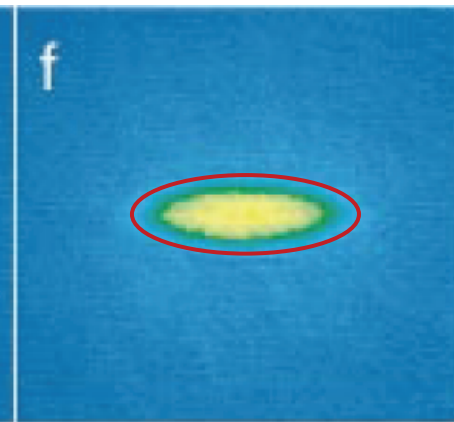
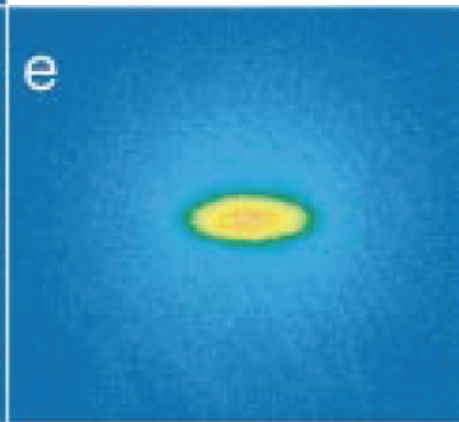
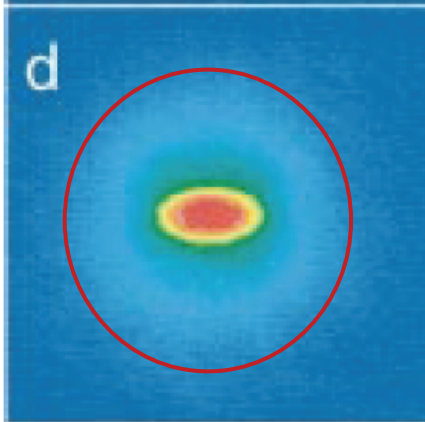
$$\Delta x_t^2 \simeq t^2 \Delta p_x^2 / m^2 = t^2 kT / m$$

Temps de vol avec un condensat : inversion de l'ellipticité



Mais le condensat voit
son ellipticité s'inverser !

$$\text{Car } \Delta x_Q \Delta p_{xQ} \simeq \hbar/2$$



Au cours du temps, le nuage thermique
reprend une forme circulaire :

$$\Delta x_t^2 \simeq t^2 \Delta p_x^2 / m^2 = t^2 kT / m$$

Expériences d'interférences

(de la lumière aux molécules)

Dualité onde-corpuscule

Mesure non-destructive d'un photon

Voir la fonction d'onde

L'inégalité de Heisenberg

**Peut-on voir les fluctuations quantiques
d'un résonateur mécanique macroscopique?**

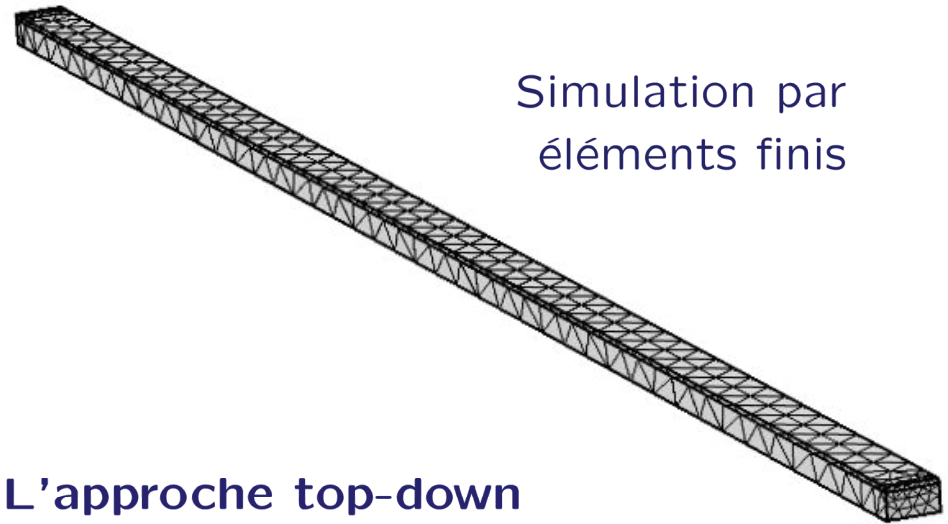
Peut-on voir les fluctuations quantiques d'un résonateur ?

Basse température :

$$k_B T \ll \hbar \Omega_m$$

Sensibilité :

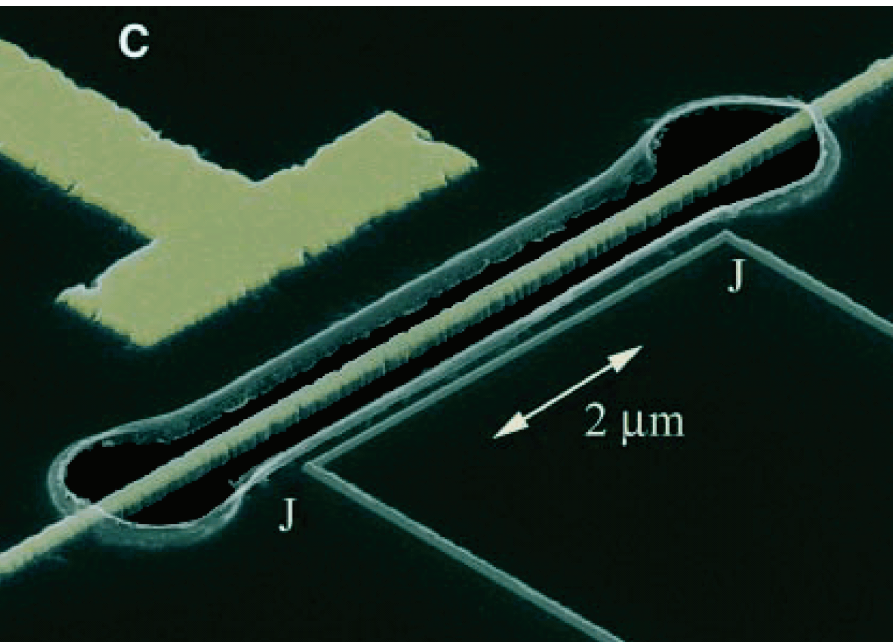
$$M \Omega_m^2 \Delta x_Q^2 = \frac{\hbar \Omega_m}{2}$$



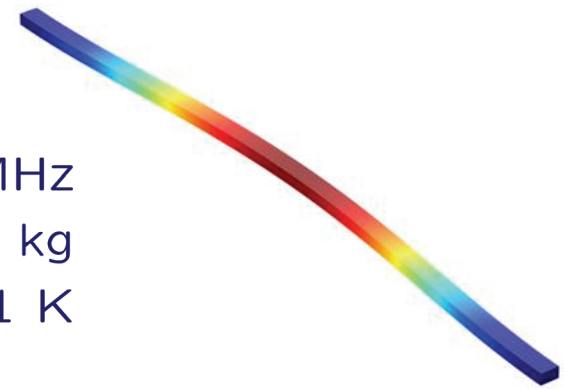
L'approche top-down

Résonateur mécanique:

$$200 \text{ nm} \times 8 \text{ } \mu\text{m} \times \begin{cases} 100 \text{ nm SiN} \\ 20 \text{ nm Au} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \Omega_m / 2\pi &\simeq 20 \text{ MHz} \\ M &\simeq 10^{-15} \text{ kg} \\ Q &\simeq 40\,000 \text{ à } 0,1 \text{ K} \end{aligned}$$



Peut-on voir les fluctuations quantiques d'un résonateur ?

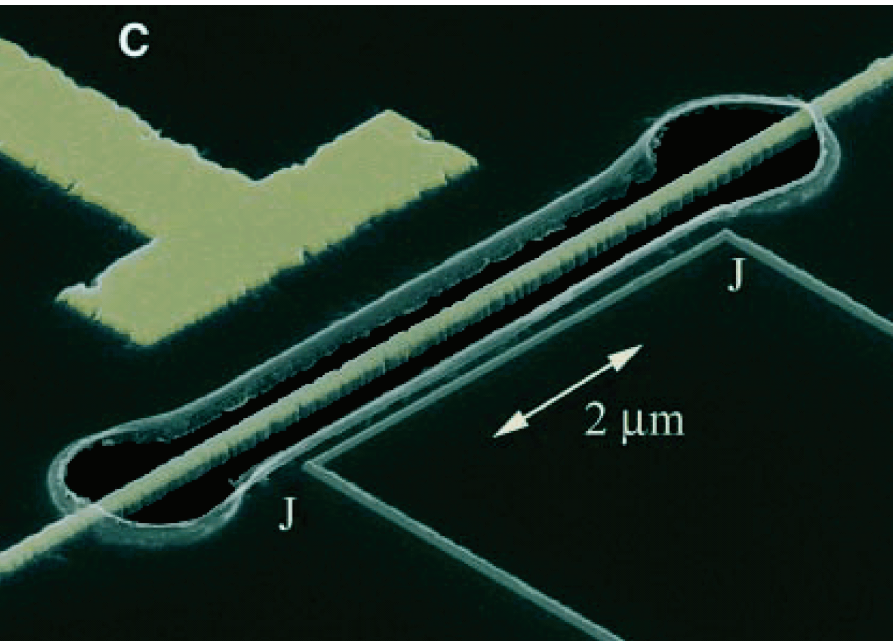
Basse température :

$$k_B T \ll \hbar \Omega_m \Leftrightarrow T \ll 1 \text{ mK}$$

Sensibilité :

$$M \Omega_m^2 \Delta x_Q^2 = \frac{\hbar \Omega_m}{2} \Leftrightarrow \Delta x \simeq 10^{-16} \text{ m}$$

Détection capacitive
(seulement 10^{-15} m)



Résonateur mécanique:

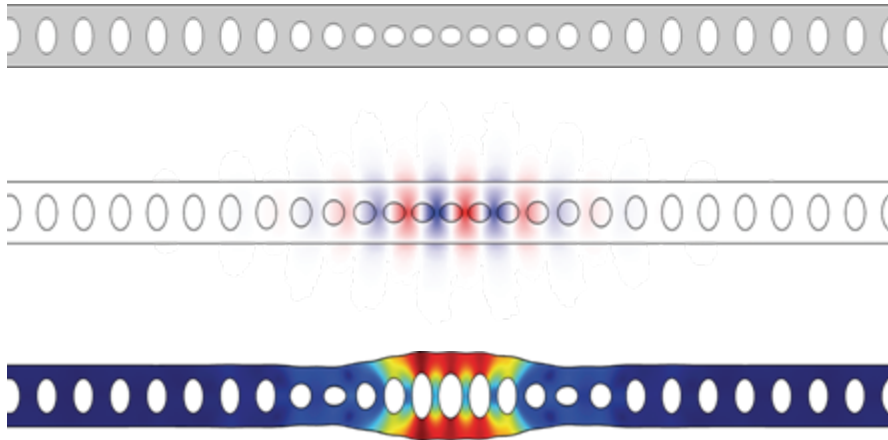
$$200 \text{ nm} \times 8 \text{ } \mu\text{m} \times \begin{cases} 100 \text{ nm SiN} \\ 20 \text{ nm Au} \end{cases}$$

$$\Omega_m / 2\pi \simeq 20 \text{ MHz}$$

$$M \simeq 10^{-15} \text{ kg}$$

$$Q \simeq 40\,000 \text{ à } 0,1 \text{ K}$$

Comment réduire la taille : l'approche photonique intégrée

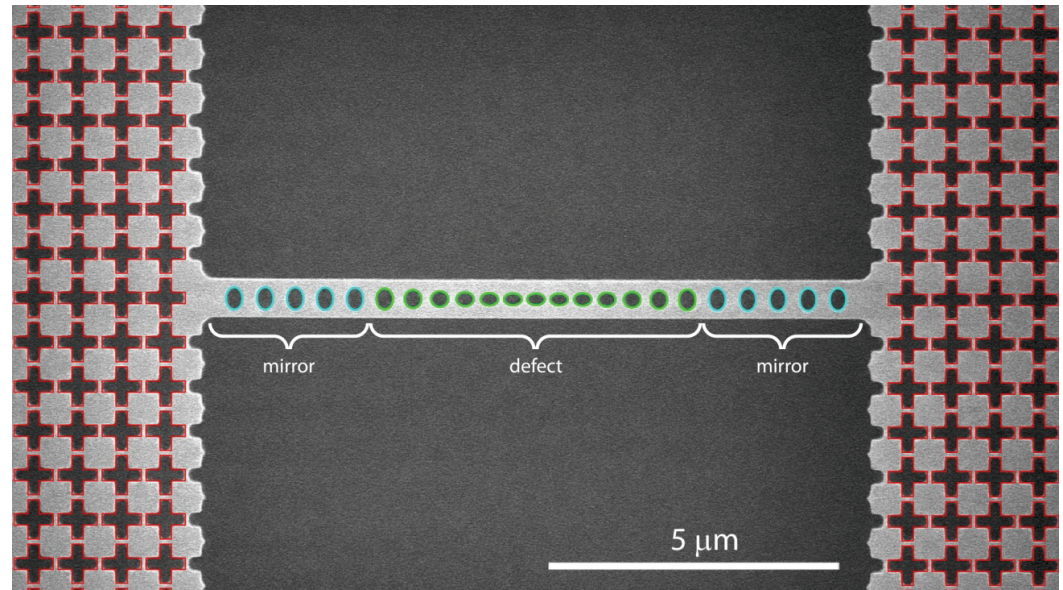
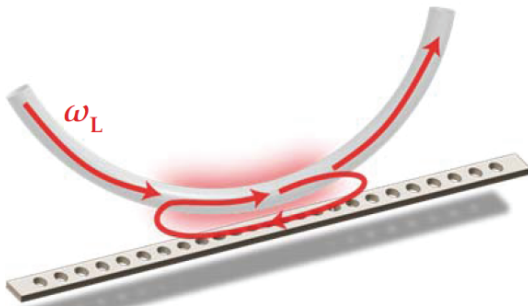


Guide d'onde en Si :

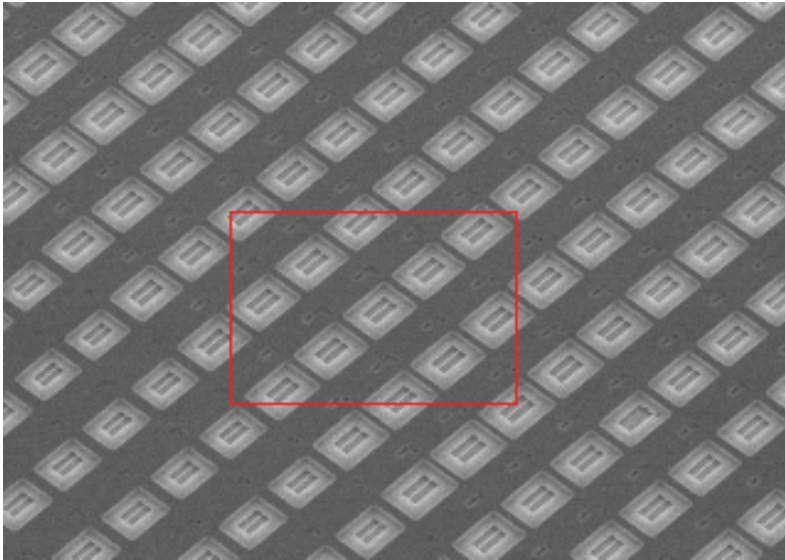
- dimensions $< \lambda$!
- cavité à cristal photonique
- mode de vibration au même endroit

3,68 GHz et 311 fg

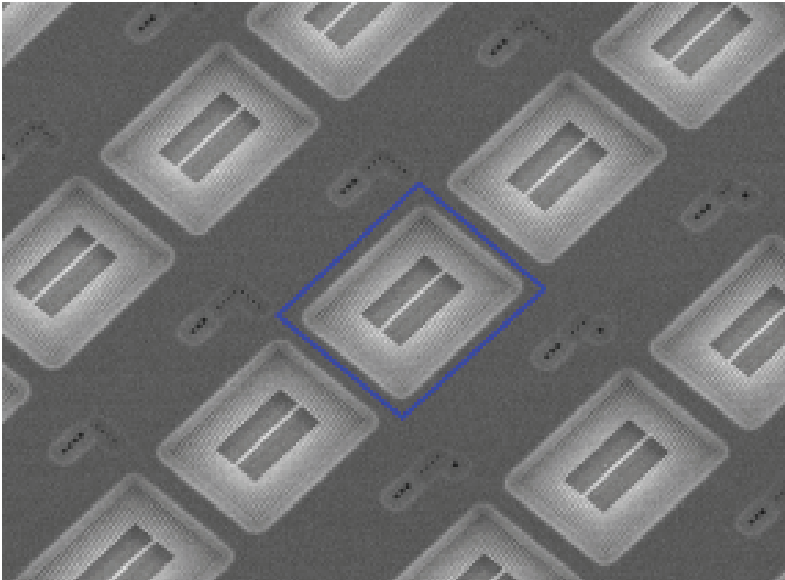
Couplage par une fibre optique qui passe à proximité



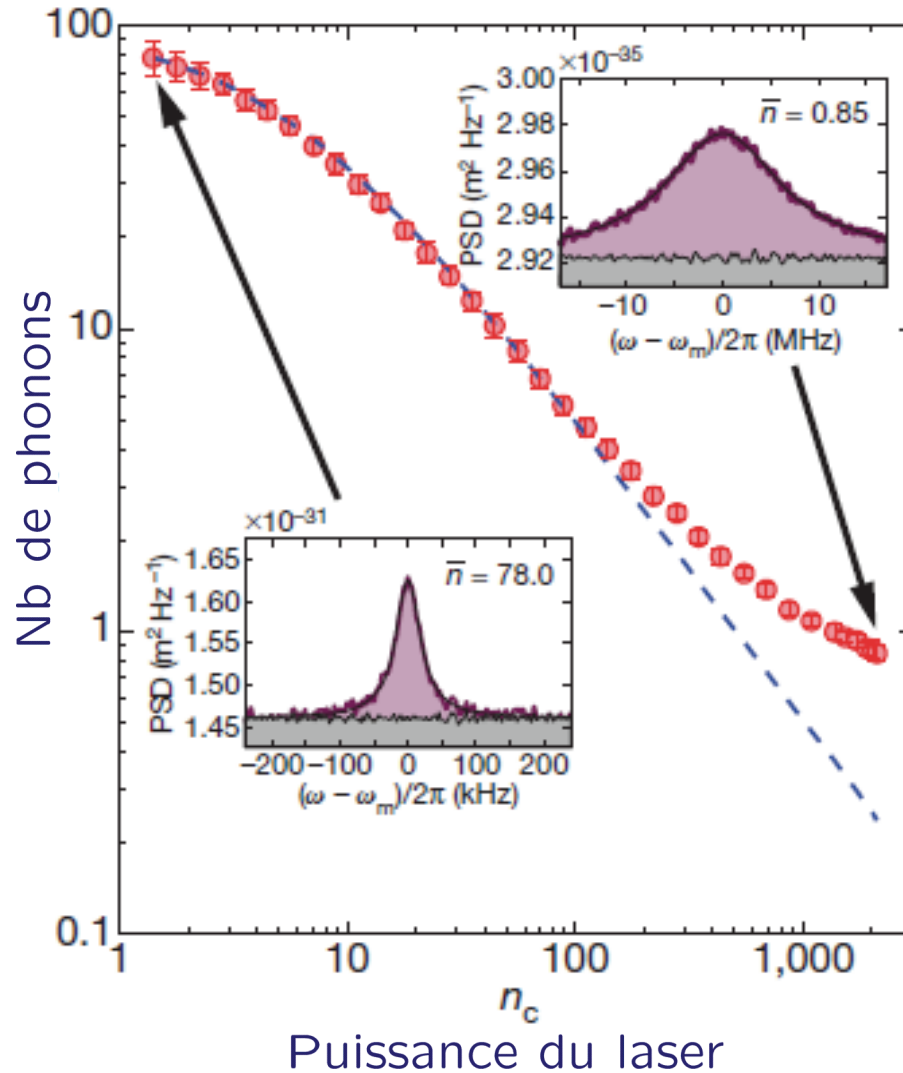
Un travail laborieux



En pratique, on fabrique plus d'un millier de résonateurs sur une plaque de qqs mm de côté et on en teste (au moins) une centaine pour en trouver un (très) bon



Evolution du spectre de bruit



← noter le rapport signal-à-bruit !

Depuis le début des années 90,
des progrès considérables
en physique atomique, optique quantique,
microfabrication (microélectronique)...

On peut maintenant mesurer et contrôler
l'état quantique de systèmes **individuels**
et explorer (par exemple) les subtilités
de la mesure en mécanique quantique